

Questão 50

QUESTÃO 50

As funções trigonométricas $\cos(x)$ e $\sin(x)$ são muito estudadas no Ensino Médio. A exposição deste importante conteúdo costuma contar, nas aulas, com a apresentação de gráficos e tabelas que expõem em arcos – chamados “arcos notáveis”, como por exemplo $\pi/3$, $\pi/4$ e $\pi/6$ – os valores dessas funções.

É possível, no entanto, calcular, em outros arcos, os valores destas funções, utilizando algumas identidades trigonométricas. Considerando a relação $\cos(x/2) = \sqrt{(1 + \cos(x))/2}$ e a identidade fundamental da trigonometria, é possível afirmar que o valor de $\sin(\pi/12)$ é

- a) $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$.
- b) $\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$.
- c) $\frac{\sqrt{3 - \sqrt{3}}}{2}$.
- d) $\frac{\sqrt{3 + \sqrt{3}}}{2}$.

RESOLUÇÃO

ALTERNATIVA A

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{2}}$$

Pela relação fundamental da trigonometria: $\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \left(\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{4}}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$