

Questão 07

7. Dizemos que uma função não-constante $f(x)$ é periódica se existe $T > 0$ tal que $f(x) = f(x + T)$ para todo número x real.

a) A função $h(x) = \cos(5x) + \sin(x/7)$ é periódica? Justifique.

b) A função $p(x) = x^2 - 1$ é periódica? Justifique.

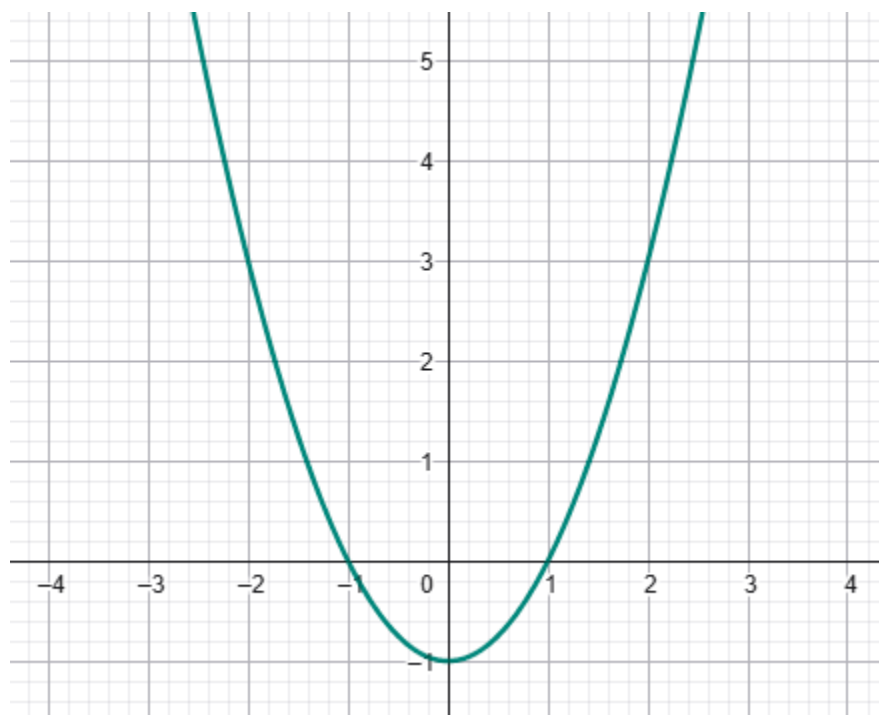
RESOLUÇÃO

a) $h(x) = \cos\left(\frac{35x}{7}\right) + \sin\left(\frac{x}{7}\right)$

Sejam $A(x) = \cos\left(\frac{35x}{7}\right)$ e $B(x) = \sin\left(\frac{x}{7}\right)$ e seja P_A o período de $A(x)$ e P_B o período de $B(x)$. Então,

$P_A = \frac{2\pi}{\frac{35}{7}} \rightarrow P_A = \frac{14\pi}{35}$ e $P_B = \frac{2\pi}{\frac{1}{7}} \rightarrow P_B = 14\pi$. Como $P_A = 35 \cdot P_B$, concluímos que $h(x)$ é periódica, com período igual a 14π , ou seja, $h(x) = h(x + 14\pi)$, para todo x real.

b) A função $p(x) = x^2 - 1$ é uma função polinomial do segundo grau cujo esboço do gráfico no plano cartesiano é:



Observamos assim que para $x \geq 0$ a função é estritamente crescente e para $x < 0$, $p(x)$ é estritamente decrescente.

Concluímos então que não existe $T > 0$ tal que $p(x) = p(x + T)$, para todo x real.

Desta forma, podemos afirmar que $p(x)$ não é periódica.