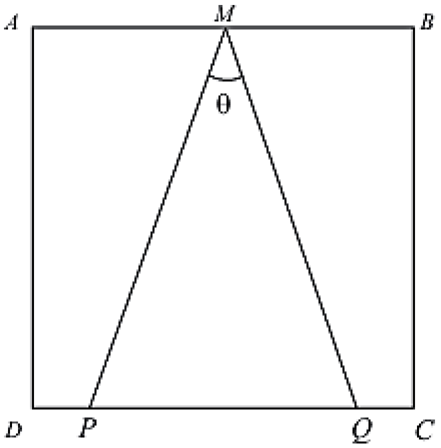
Questão 50

QUESTÃO 50

A figura a seguir mostra um quadrado $ABCD$ de lado medindo x. O ponto médio do lado AB está representado por M. Os pontos P e Q, pertencentes ao lado CD, são tais que $PD = QC$. O ângulo PMQ, representado por θ na figura, é tal que $\cos(\theta) = 2/3$.



A área do triângulo PMQ é

a) $\frac{\sqrt{5}\,x^2}{5}$.

b) $\frac{\sqrt{3}\,x^2}{2}$.

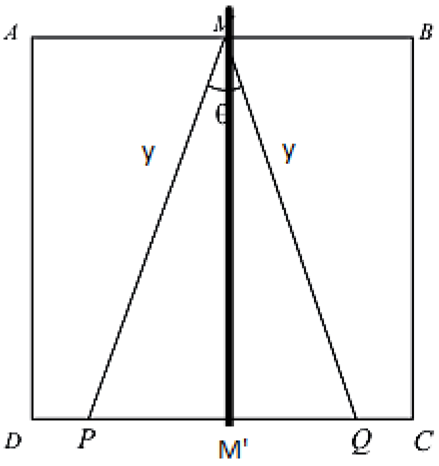
c) $\frac{\sqrt{2}\,x^2}{2}$.

d) $\frac{\sqrt{3}\,x^2}{4}$.

RESOLUÇÃO

ALTERNATIVA: A

Dada a imagem :



Como PD = QC, temos que PM = QM assim o triangulo PMQ é isósceles.

Usando a lei dos <u>cossenos</u> no triângulo PMQ Temos:

$PQ^2 = y^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot y \cdot \cos(\theta)$

$PQ^2 = 2y^2 - 2 \cdot y^2 \cdot 2/3$

$PQ^2 = 2y^2 - (4 \cdot y^2)/3$

$PQ^2 = (6y^2)/3 - (4 \cdot y^2)/3$

$PQ^2 = 2/3 \cdot y^2$

PQ = $\sqrt{\frac{2}{3}}y$

Temos que PM' = ½ · PQ = $\frac{\sqrt{6}}{6}y$. Aplicando teorema de pitagoras no triângulo PMM', temos:

$y^2 = x^2 + (\frac{\sqrt{6}}{6}y)^2 \rightarrow y^2 = x^2 + \frac{1}{6}y^2 \rightarrow y^2 - + \frac{1}{6}y^2 = x^2 \rightarrow \frac{5}{6}y^2 = x^2 \rightarrow x = \sqrt{\frac{5}{6}}y \rightarrow y = \sqrt{\frac{5}{6}}x$

Desta forma : PQ = $\frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}x$, PQ = $\frac{2}{\sqrt{5}}x$

Calculando a área do triangulo:

$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}x \cdot x \rightarrow \frac{x^2}{\sqrt{5}} \rightarrow \frac{\sqrt{5}x^2}{5}$