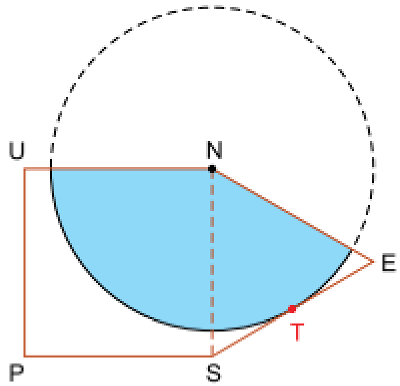
Questão 87

A figura indica o pentágono UNESP, formado pelo quadrado UNSP e pelo triângulo equilátero NES, que compartilham o lado $\overline{NS}$, de medida igual a 4 cm. Sabe-se, ainda, que a circunferência indicada na figura possui centro N e tangencia $\overline{SE}$ no ponto T.



Adotando $\frac{\pi}{4+\sqrt{3}} = 0{,}548$, da região do pentágono UNESP, aquela que está ocupada pelo setor circular de centro N, indicado na figura em azul, corresponde a

(A) 68,5%.

(B) 66,5%.

(C) 70,5%.

(D) 72,5%.

(E) 74,5%.

RESOLUÇÃO

ALTERNATIVA: A

Sendo $\overline{SE}$ tangente à circunferência, esse segmento deve ser perpendicular ao raio $\overline{NT}$ no ponto T, de modo que $\overline{NT}$ deve ser simultaneamente altura do triângulo equilátero NES. Assim, a medida R do raio será dada por:

$$R = \frac{L\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

O ângulo central $U\hat{N}E$ terá medida dada pela soma da medida do ângulo $U\hat{N}S$ (que mede 90°, dado que é ângulo interno do quadrado $UNSP$) com a medida do ângulo $E\hat{N}S$ (que mede 60°, dado que é ângulo interno do triângulo equilátero NES). Assim, $U\hat{N}E$ mede $90° + 60° = 150°$.

A área do setor circular indicado em azul na figura é dada por:

$$A_{SETOR} = \frac{150°}{360°} \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{5}{12} \cdot \pi \cdot \left(2\sqrt{3}\right)^2 = \frac{5}{12} \cdot \pi \cdot 12 = 5\pi \text{ cm}^2$$

Já a área do pentágono $UNESP$ será dada pela soma das áreas do quadrado $UNSP$ com a área do triângulo equilátero NES, ambos com lado medindo 4 cm. Assim:

$$A_{UNESP} = 4^2 + \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 16 + 4\sqrt{3} = 4 \cdot \left(4 + \sqrt{3}\right) \text{ cm}^2$$

Percentualmente, temos:

$$\frac{A_{SETOR}}{A_{UNESP}} = \frac{5\pi}{4 \cdot (4 + \sqrt{3})} = \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{\pi}{4 + \sqrt{3}}\right) \approx 1{,}25 \cdot 0{,}548 = \boxed{68{,}5\%}$$