Questão 64

QUESTÃO 64

Considere as funções $f(x) = 2x + c$ e $g(x) = 5 - 6x$, com $c > 0$. Sejam P e Q os pontos de interseção, com o eixo y, dos gráficos de $y = f(g(x))$ e $y = g(f(x))$, respectivamente.

Para que a origem seja o ponto médio do segmento PQ, qual deverá ser o valor de c?

a) 1.
b) 2.
c) 3.
d) 4.

RESOLUÇÃO

A função $f \circ g$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto $P = (0, p)$, de modo que:

$$p = f\big(g(0)\big) = f\big(g(5 - 6 \cdot 0)\big) = f(5) = 2 \cdot 5 + c = 10 + c$$

A função $g \circ f$ intercepta o eixo das ordenadas no ponto $Q = (0, q)$, de modo que:

$$q = g\big(f(0)\big) = g(2 \cdot 0 + c) = g(c) = 5 - 6 \cdot c$$

Para que a origem $(0,0)$ seja o ponto médio, em particular sendo um ponto de ordenada nula, temos que:

$$\frac{p + q}{2} = 0 \Leftrightarrow p + q = 0 \Leftrightarrow (10 + c) + (5 - 6c) = 0 \Leftrightarrow 15 = 5c \Leftrightarrow \boxed{c = 3}$$

ALTERNATIVA: C