

Questão 07

Heloísa está brincando com uma urna que contém bolinhas azuis, verdes e rosas. Ela resolve construir uma sequência numérica x_0, x_1, x_2, \dots de acordo com as cores das bolinhas que sorteia da urna. O primeiro termo da sequência é $x_0 = 1$.

A cada sorteio, um novo termo da sequência é determinado multiplicando-se o termo anterior:

- por 2, se a bolinha sorteada for azul;
- por 3, se a bolinha sorteada for verde;
- por 5, se a bolinha sorteada for rosa.

A bolinha sorteada é devolvida para a urna antes do próximo sorteio. Por exemplo, se nos três primeiros sorteios Heloísa retira, respectivamente, uma bolinha rosa, uma verde e uma azul, então a sequência obtida é

- $x_0 = 1$,
- $x_1 = 5 \cdot x_0 = 5$,
- $x_2 = 3 \cdot x_1 = 15$,
- $x_3 = 2 \cdot x_2 = 30$.

- a) Sabendo que Heloísa obteve a sequência 1, x_1 , 4, 20, x_4 , 180, calcule x_1 e x_4 e complete o quadro abaixo com as **cores** das bolinhas sorteadas.
- b) É possível que Heloísa obtenha uma sequência contendo o termo 189? Justifique.

RESPOSTA

Seja F_n o fator de multiplicação de acordo com a bolinha retirada no sorteio. Da bolinha n .
Por hipótese, $F_n = 2, 3$ ou 5 .

- A) Para a sequência 1, X_1 , 4, 20, X_4 , 180, tem-se:
- $X_1 = F_1$
 $4 = F_1 \cdot F_2 \rightarrow F_1 = F_2 = 2$ (Única opção)
 $20 = 4 \cdot 5$
 $X_4 = 20 \cdot F_4$
 $180 = 20 \cdot F_4 \cdot F_5 \rightarrow F_4 \cdot F_5 = 9 \rightarrow F_4 = F_5 = 3$ (Única opção)

Logo $X_1 = 2$, $X_4 = 60$ e a tabela fica:

1ª Bolinha	2ª	3ª	4ª	5ª
Azul	Azul	Rosa	Verde	Verde

- B) Sabendo que $189 = 3^3 \cdot 7$, para que apareça o número 189 na sequência, um dos F_n deve ser 7, o que não ocorre. Logo, não é possível uma sequência com o termo 189.