Questão 09

Seja a um número real e considere o polinômio $f(x) = x^3 + (a+1)x^2 + (a+2)x + 2$, que tem $x = -1$ como uma de suas raízes.

a) Determine todos os valores de a tais que $x = -1$ é a única raiz real.

b) Determine todos os valores de a tais que as soluções de $f(x) = 0$ sejam números inteiros.

RESPOSTA

A) Por hipótese, x = -1 é raiz de f(x). Aplicando Briot-Ruffini, tem-se:

-1	**1**	**a + 1**	**a + 2**	**2**
	1	**a**	**2**	**0**

Logo, $f(x) = (x+1)(x^2 + ax + 2)$.

Como o produto das 3 raízes é -2, $x = -1$ **não é uma raiz tripla de** $f(x)$.

Assim, para $x = -1$ **ser a única raiz real, o discriminante de** $x^2 + ax + 2$, **que é** $a^2 - 8$ **deve ser negativo.**

Portanto, $a^2 - 8 < 0$

$$-2\sqrt{2} < a < 2\sqrt{2}$$

B) Uma das raízes de $f(x)$ **é** $x = -1$ **e o produto das três raízes é** -2. **Logo, se α e β são as outras raízes de** $f(x)$, **tem-se:**

α	β
1	2
2	1
-1	-2
-2	-1

$$\alpha . \beta = 2$$

Para α e $\beta \in \mathbb{Z}$, **tem-se:**

Em $x^2 + ax + 2$,

$S = a = \alpha + \beta$ **e portanto,**

$$a = 1 + 2 = 2 + 1 = 3$$

$$a = -1 - 2 = -2 - 1 = -3$$

Assim, $a = 3$ ou $a = -3$.