

Questão 22

A parábola $y = -x^2 + bx + c$ intercepta o eixo x nos pontos $(p, 0)$ e $(q, 0)$. Sabe-se que ela intercepta uma única vez cada uma das retas dadas pelas equações $y = 2x + 1$ e $y = 1 - \frac{x}{2}$. O valor de $p + q$ é:

- a) $2/3$. c) $4/3$.
b) $3/4$. d) $3/2$.

ALTERNATIVA B

Como a parábola intercepta as duas retas dadas, podemos igualar os seus valores de y .

$$-x^2 + bx + c = 2x + 1 \Rightarrow$$

$$x^2 + (2 - b)x + (1 - c) = 0$$

Como a parábola intercepta a reta uma única vez, só haverá um valor possível para x , o que implica o discriminante ser igual a zero.

$$\Delta = 0 \Rightarrow$$

$$(2 - b)^2 - 4(1 - c) = 0 \Rightarrow$$

$$4(1 - c) = (2 - b)^2 \quad (\text{I})$$

Fazendo o mesmo com a outra equação, temos:

$$-x^2 + bx + c = 1 - \frac{x}{2} \Rightarrow$$

$$x^2 - \left(b + \frac{1}{2}\right)x + (1 - c) = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow$$

$$\left(b + \frac{1}{2}\right)^2 - 4(1 - c) = 0 \Rightarrow$$

$$4(1 - c) = \left(b + \frac{1}{2}\right)^2 \quad (\text{II})$$

Igualando (I) e (II), obtemos:

$$\left(b + \frac{1}{2}\right)^2 = (2 - b)^2 \Rightarrow$$

$$b^2 + b + \frac{1}{4} = 4 - 4b + b^2 \Rightarrow$$

$$5b = 4 - \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$b = \frac{3}{4}$$

Visto que a parábola intercepta o eixo x nos pontos (p, 0) e (q, 0), temos que as raízes são p e q.

Assim, temos que p+q, ou seja, a soma das raízes. É dada por:

$$p + q = -\frac{b}{-1} = b = \frac{3}{4}$$